

DIE ABLEITUNG

Themen:

- Die Tangente und die Ableitung [Pa1] §IV.1.1, IV.1.2 sowie [Sa] §3.1, 3.3
- Ableitung einiger elementaren Funktionen (Konstante Funktion, Potenzfunktion, Wurzelfunktion, Trigonometrische Funktionen, Exponentialfunktionen, Logarithmusfunktionen) [Pa1] §IV.1.3
- Ableitungsregel: Faktor-, Summen-, Produkt-, Quotient- und Kettenregel [Pa1] §IV.2.1, IV.2.2, IV.2.3, IV.2.4, IV.2.5 sowie [Sa] §3.4

1.1 AUFGABE: ELEMENTARE ABLEITUNGEN

1. $f(x) = 2; f'(x) = ?$
2. $f(x) = x; f'(x) = ?$
3. $f(x) = 3x^3; f'(x) = ?$
4. $f(x) = x^4 - 3x^2 + 2; f'(x) = ?$
5. $f(x) = \frac{1}{x} = x^{-1}; f'(x) = ?$
6. $f(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}; f'(x) = ?$
7. $f(x) = 2e^x + \cos x; f'(x) = ?$
8. $f(x) = \cos x - \sin x; f'(x) = ?$

1. Lösung :

- a) $f'(x) = 0$
- b) $f'(x) = 1$
- c) $f'(x) = 9x^2$
- d) $f'(x) = 4x^3 - 6x$
- e) $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$
- f) $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
- g) $f'(x) = 2e^x - \sin x$
- h) $f'(x) = -\sin x - \cos x$

1.2 AUFGABEN - ABLEITUNGEN UND TANGENTEN

Für die Funktion $f(x) = -2x^2 + x$ ermitteln Sie:

- a) Ableitungsfunktion,
- b) Tangentengleichung a.d.S. $x_0=2$,
- c) Stellen wo die Tangente horizontal ist.

1. Lösung :

- $f(x)$
 - a) $f'(x) = -4x + 1$;
 - b) $y = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0) = -7(x - 2) - 6$;
 - c) $f'(x) = 0 \Rightarrow -4x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{4}$. An der Stelle $x = \frac{1}{4}$ ist die Tangente horizontal.

1.3 AUFGABE: PRODUKTREGEL

Gesucht werden die Ableitungen der folgenden Funktionen

- $f(x) = x^2 \cdot e^x$
- $g(x) = x^2 \cdot \ln x$
- $h(x) = x \cdot \cos x$

1. Lösung :

- $f'(x) = (x^2 \cdot e^x)' = (x^2)' \cdot e^x + x^2 \cdot (e^x)' = 2x \cdot e^x + x^2 \cdot e^x = e^x x(2 + x).$
- $g'(x) = (x^3 \cdot \ln x)' = (x^3)' \cdot \ln x + x^3 \cdot (\ln x)' = 3x^2 \cdot \ln x + x^3 \cdot \frac{1}{x} = x^2(3 \ln x + 1).$
- $h'(x) = (\sin x \cdot \cos x)' = (\sin x)' \cdot \cos x + \sin x \cdot (\cos x)' = \cos^2 x - \sin^2 x$

1.4 AUFGABE: QUOTIENTREGEL

Gesucht werden die Ableitungen der folgenden Funktionen

- $f(x) = \frac{4x+1}{x-1}$

- $g(x) = \frac{x}{x}$

- $h(x) = \frac{e^x}{x}$

1. Lösung :

- $-\frac{4x+1}{(x-1)^2} + \frac{4}{x-1}$

- 0

- $\frac{e^x}{x} - \frac{e^x}{x^2}$

1.5 AUFGABE: KETTENREGEL

Gesucht werden die Ableitungen der folgenden Funktionen

- $f(x) = \exp(3x^2 + x)$
- $g(x) = \sqrt{3x^2 + x}$
- $h(x) = \sin(e^x)$

1. Lösung :

- $f'(x) = (6x + 1)e^{(3x^2+x)}$
- $g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{3x^2+x}} \cdot (3x^2 + x)' = \frac{6x+1}{2\sqrt{3x^2+x}}$
- $h'(x) = \cos(e^x) \cdot e^x$