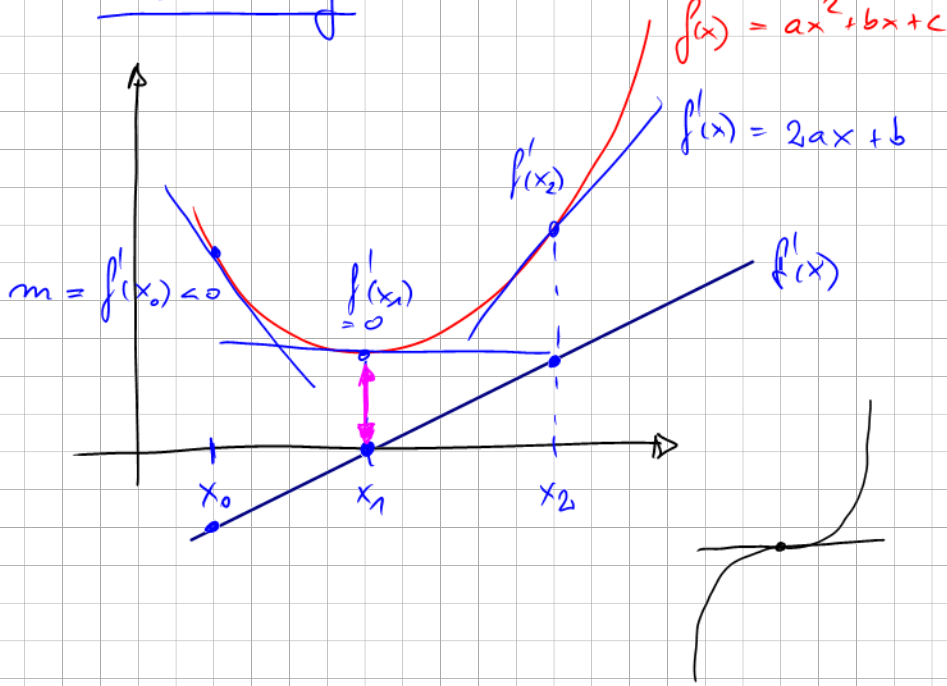
Ableitungen und ihre Bedeutung

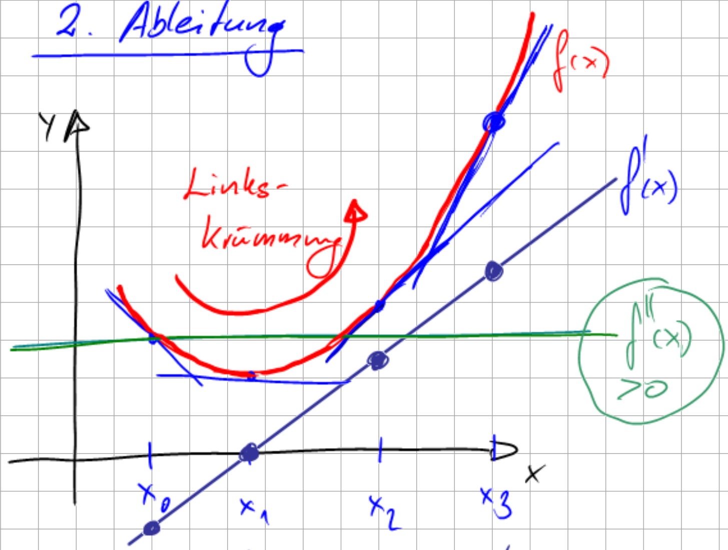
1. Ableitung:



⇒ $\boxed{\text{1. Ableitung gibt die Steigung von } f(x) \text{ an}}$

⇒ $f'(x) = 0$ an Extremwerten und an Sattelpunkten

2. Ableitung



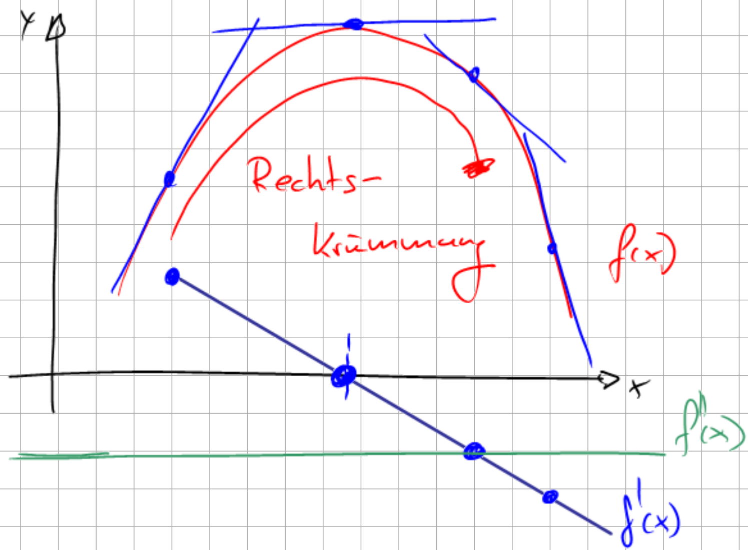
$$f'(x_0) < f'(x_1) < f'(x_2) < f'(x_3)$$

⇒ die Steigung des Funktion $f(x)$ wird größer mit größeren x-Werten

⇒ die Ableitung (Steigung) der 1. Ableitung $f'(x) > 0$

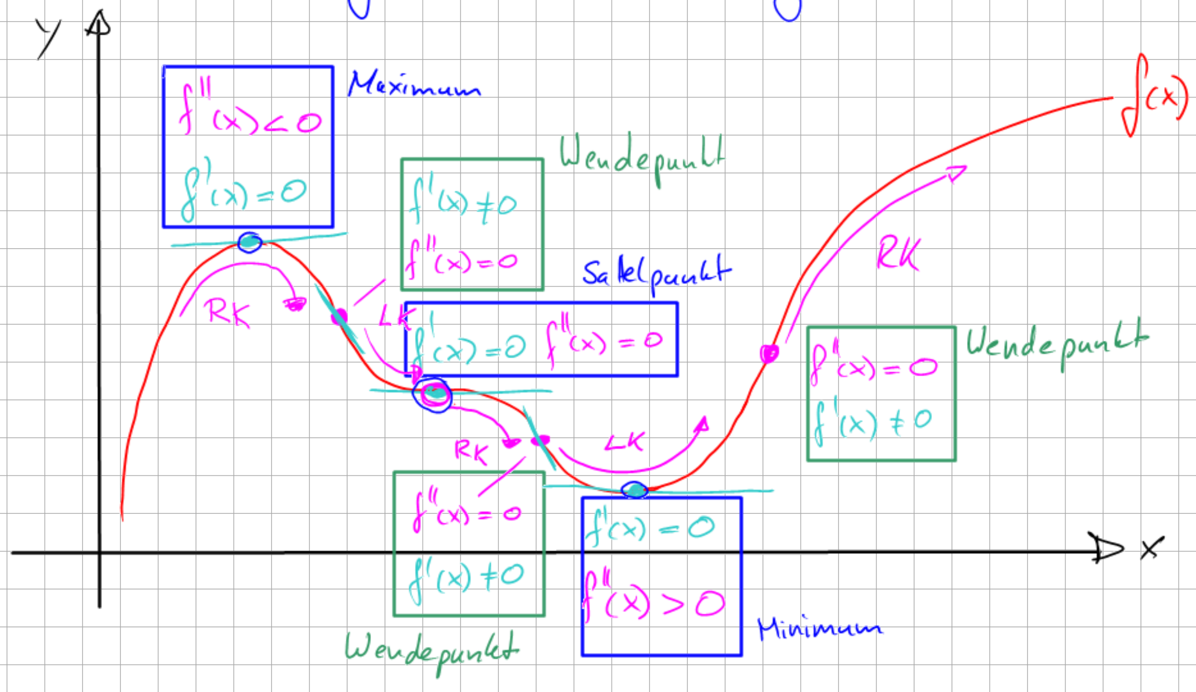
= 2. Ableitung von $f(x) > 0$

⇒ $\boxed{f''(x) > 0 \hat{=} \text{Linkskrümmung}}$

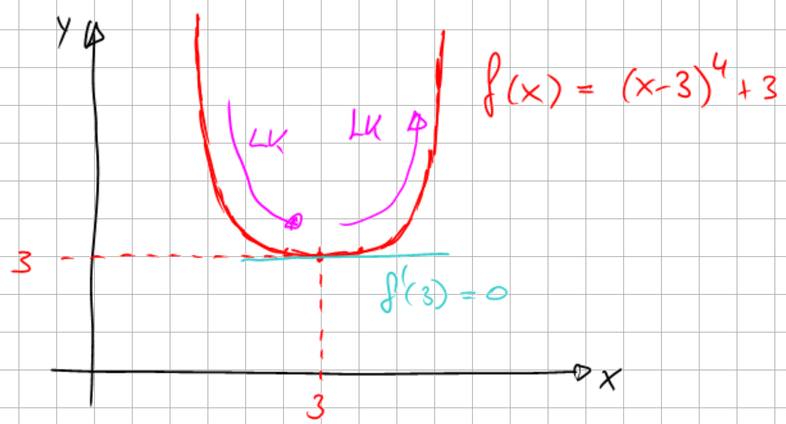


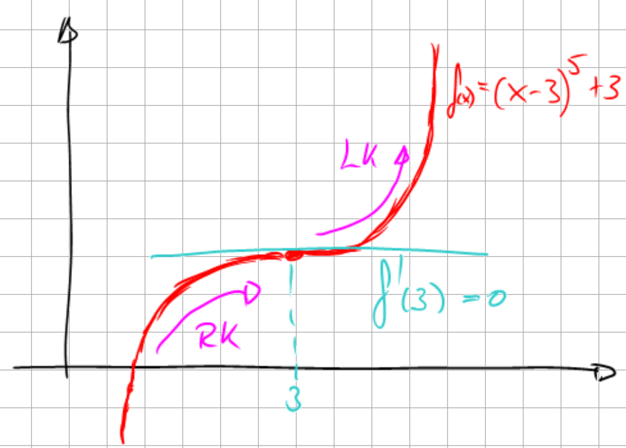
⇒ $\boxed{f''(x) < 0 \Rightarrow \text{Rechtskrümmung}}$

Anwendung 1. und 2. Ableitung



Sonderfälle:





$f(x) = (x-3)^4 + 3$

$f'(x) = 4 \cdot (x-3)^3 \qquad f'(3) = 0$

$f''(x) = 4 \cdot 3 \cdot (x-3)^2 \qquad f''(3) = 0$

$f'''(x) = 12 \cdot 2 (x-3) \qquad f'''(3) = 0$

$f^{(4)}(x) = 24 \cdot 1 \qquad f^{(4)}(3) = 24 \neq 0$

$24 > 0$

$f(x) = (x-3)^5 + 3$

$f'(x) = 5(x-3)^4 \qquad f'(3) = 0$

$f''(x) = 20(x-3)^3 \qquad f''(3) = 0$

$f'''(x) = 60(x-3)^2 \qquad f'''(3) = 0$

$f^{(4)}(x) = 120(x-3) \qquad f^{(4)}(3) = 0$

$f^{(5)}(x) = 120 \qquad f^{(5)}(3) = 120 \neq 0$

$\Rightarrow$ Ableiten bis $f^{(n)}(x_0) \neq 0$

n = ungerade $\Rightarrow$ Sattelpunkt

n = gerade $\Rightarrow$ EXTR.

- $\Rightarrow f^{(n)}(x_0) > 0 \Rightarrow$ Minimum
- $\Rightarrow f^{(n)}(x_0) < 0 \Rightarrow$ Maximum