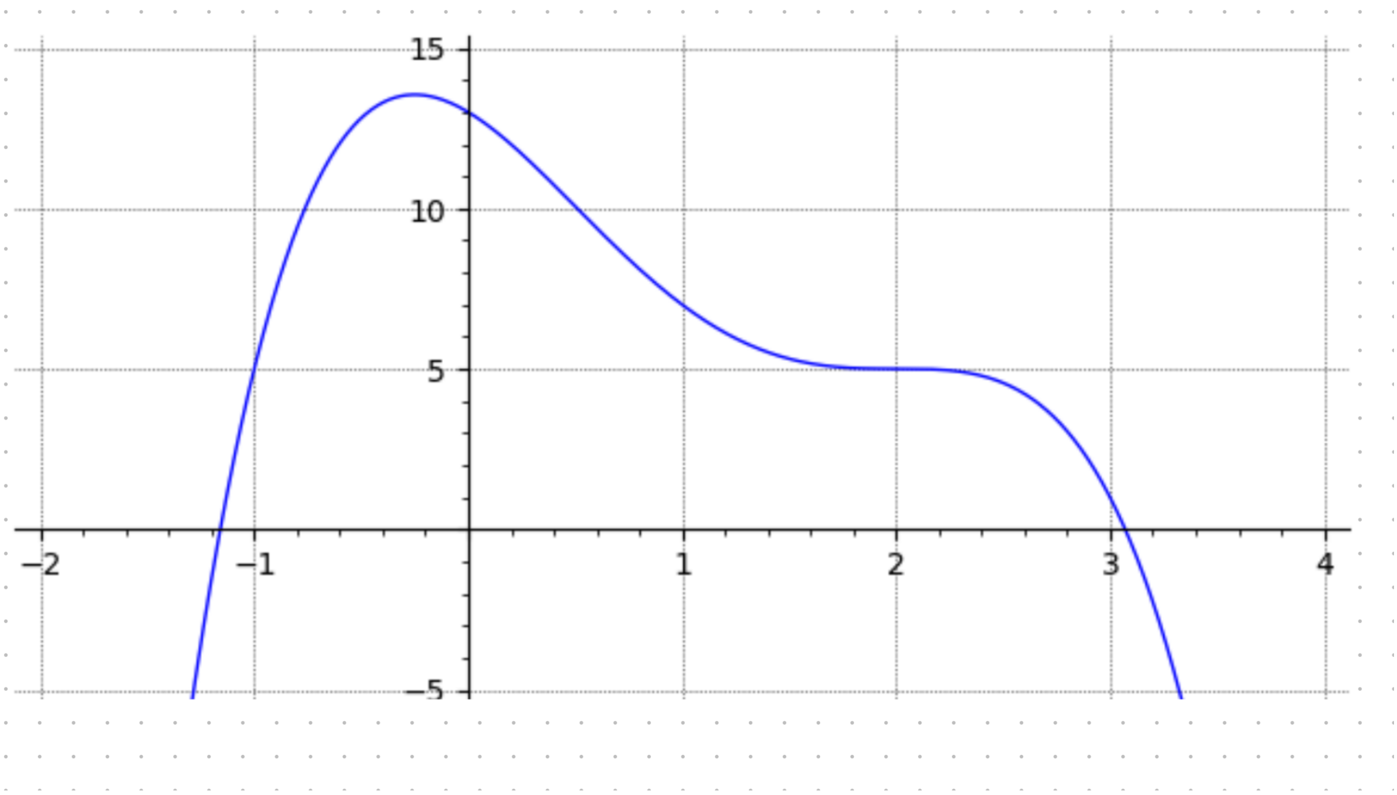
2

ABLEITUNGEN - GRAPHISCHE INTERPRETATION

2.1 AUFGABE

Das folgende Bild zeigt den Funktionsgraphen einer Polynomialfunktion. Bestimmen Sie:

- die Stellen wo $f'(x) = 0$
- die Bereichen wo $f'(x) > 0$ bzw. $f'(x) < 0$ ist
- die Bereichen wo $f(x)$ steigend bzw. fallend ist
- die Stellen wo $f''(x) = 0$
- die Bereichen wo $f''(x) > 0$ bzw. $f''(x) < 0$ ist
- die Bereichen wo die erste Ableitung $f'(x)$ steigend bzw. fallend ist
- Lokale Extremwerte (Maxima und Minima) von $f'(x)$.



2.2 AUFGABE

Für die Funktion $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - 2x^2$ bestimmen Sie:

- Nullstellen
- Stellen wo die Tangente horizontal ist
- Bereiche wo die Funktion Steigend bzw. fallend ist
- Lokale Extremwerte (Maxima und Minima)

2.3 MONOTONIE: FORMALE DEFINITION UND BEISPIELE

- Eine Funktion $f(x)$ heißt **streng monoton steigend** im Intervall I, wenn für beliebige zwei Stellen $x_1, x_2 \in I$ aus $x_1 < x_2$ folgt $f(x_1) < f(x_2)$.
- Eine Funktion $f(x)$ heißt **schwach monoton steigend** im Intervall I, wenn für beliebige zwei Stellen $x_1, x_2 \in I$, aus $x_1 < x_2$ folgt $f(x_1) \leqslant f(x_2)$.

Die Definition von streng bzw. schwach monoton fallend ist analog.

2.4 KRÜMMUNG: FORMALE DEFINITION UND BEISPIELE

- Eine Funktion $f(x)$ heißt **konvex** (erweist Linkskrümmung) in einem Intervall I, wenn für jede Stelle $x_0 \in I$, die Tangente a.d.S. x_0 liegt unterhalb der Funktionswert.
- Eine Funktion $f(x)$ heißt **konkav** (erweist Rechtskrümmung) in einem Intervall I, wenn für jede Stelle $x_0 \in I$, die Tangente a.d.S. x_0 liegt oberhalb der Funktionswert.
- **Satz:** Ist die Ableitung f′ einer stetig differenzierbaren Funktion f im Intervall I positiv (*bzw. negativ*), so ist f in I streng monoton wachsend (*bzw. fallend*).
- **Satz:** Ist die zweite Ableitung f″ von f im Intervall I positiv (*negativ*), so ist die erste Ableitung f′ in monoton zunehmend (*abnehemend*) und daher f im Intervall I konvex (*konkav*).

2.5 aufgabe (fortsetzung)

Für die Funktion $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - 2x^2$ bestimmen Sie:

- Bereiche wo die erste Ableitungsfunktion $f'(x)$ Steigend bzw. fallend ist
- Lokale Extremwerte (Maxima und Minima) von $f'(x)$
- Bereiche wo die Funktion links-Krümmung (Konvexität) bzw. rechts-Krümmung (Konkavität) aufweist
- Wendepunkte und Sattelpunkte
- zeichnen Sie den Graphen