1 PARAMETRISCHE KURVE, GERADEN UND PARABELN

1.1 AUFGABE

Gegeben sei die folgende Funktion in impliziter Form:

$$xy = 1$$

- Vervollständigen Sie die folgende Wertetabelle:

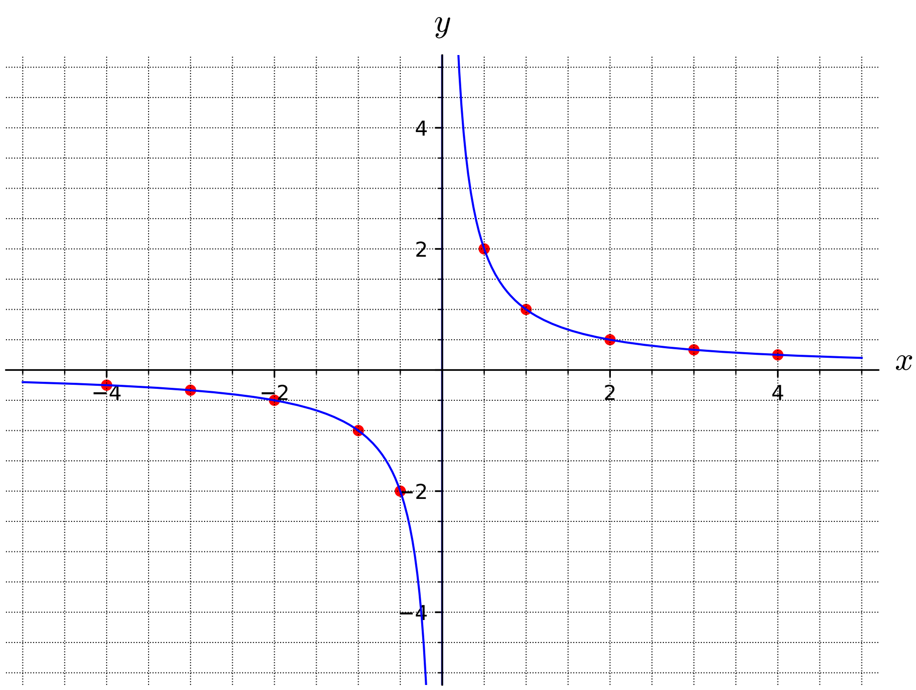
x	-4	-3		-1	-0.5		1	2		4
y			-0.5			2			1/3	

- Stellen Sie die Wertetabelle graphisch dar
- Skizzieren Sie den Funktionsgraph

1. Lösung

    - Wertetabelle:

x	-4	-3	-2	-1	-0.5	0.5	1	2	3	4
y	-0.25	-1/3	-0.5	-1	-2	2	1	0.5	1/3	0.25



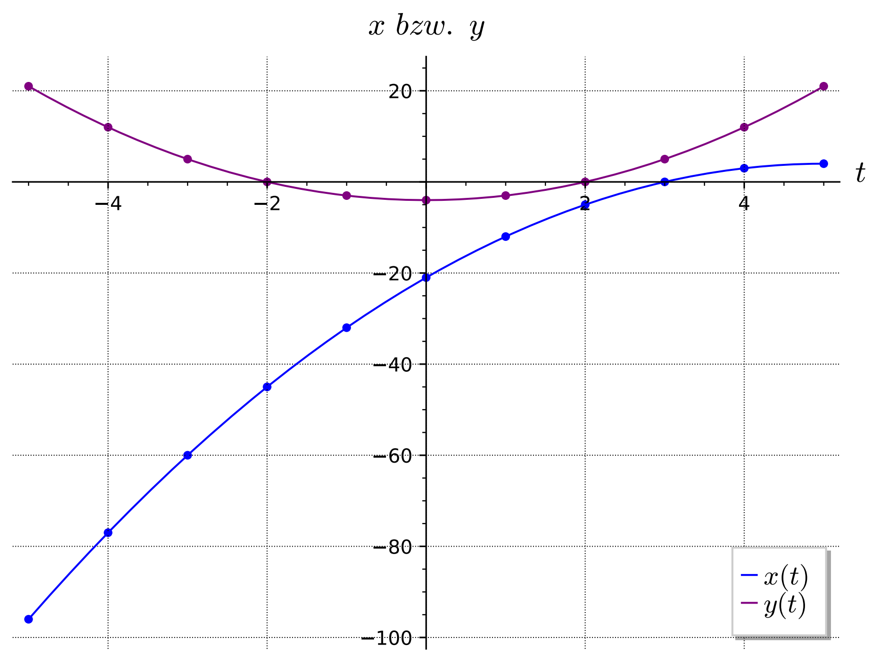
1.2 AUFGABE: PARAMETRISCHE KURVEN

Gegeben ist die parametrische Kurve:

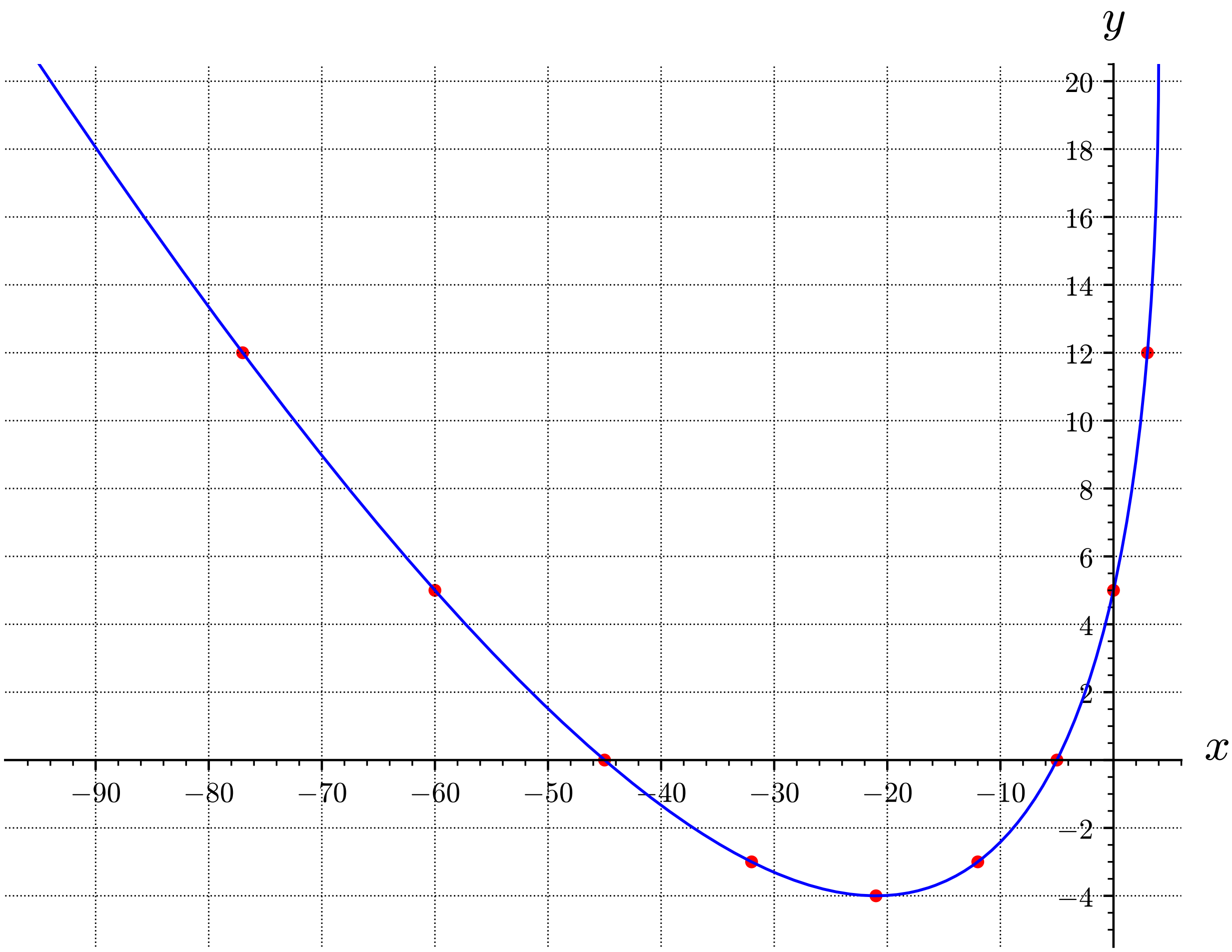
$$f(t): \left(x(t) = -(t-5)^2 + 4 \;\mid\; y(t) = t^2 - 4 \right)$$

t	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
x(t)	-96	-77	-60	-45	-32	-21	-12	-5	0	3	4
y(t)	21	12	5	0	-3	-4	-3	0	5	12	21

Stellen Sie zunächst die Funktionen x(t) und y(t) für $t \in [-5; 5]$ dar:



Stellen Sie nun die Kurve $(x(t) \mid y(t))$ für $t \in [-5; 5]$ dar:



1.3 AUFGABE

Gegeben sei die folgende Funktion in zwei Veränderlichen und in expliziter Form:

$$f(x, y) = x^2y - 2xy + y$$

- Vervollständigen Sie die folgende Wertetabelle

x / y	1	2	3	4
1				
2				
3				

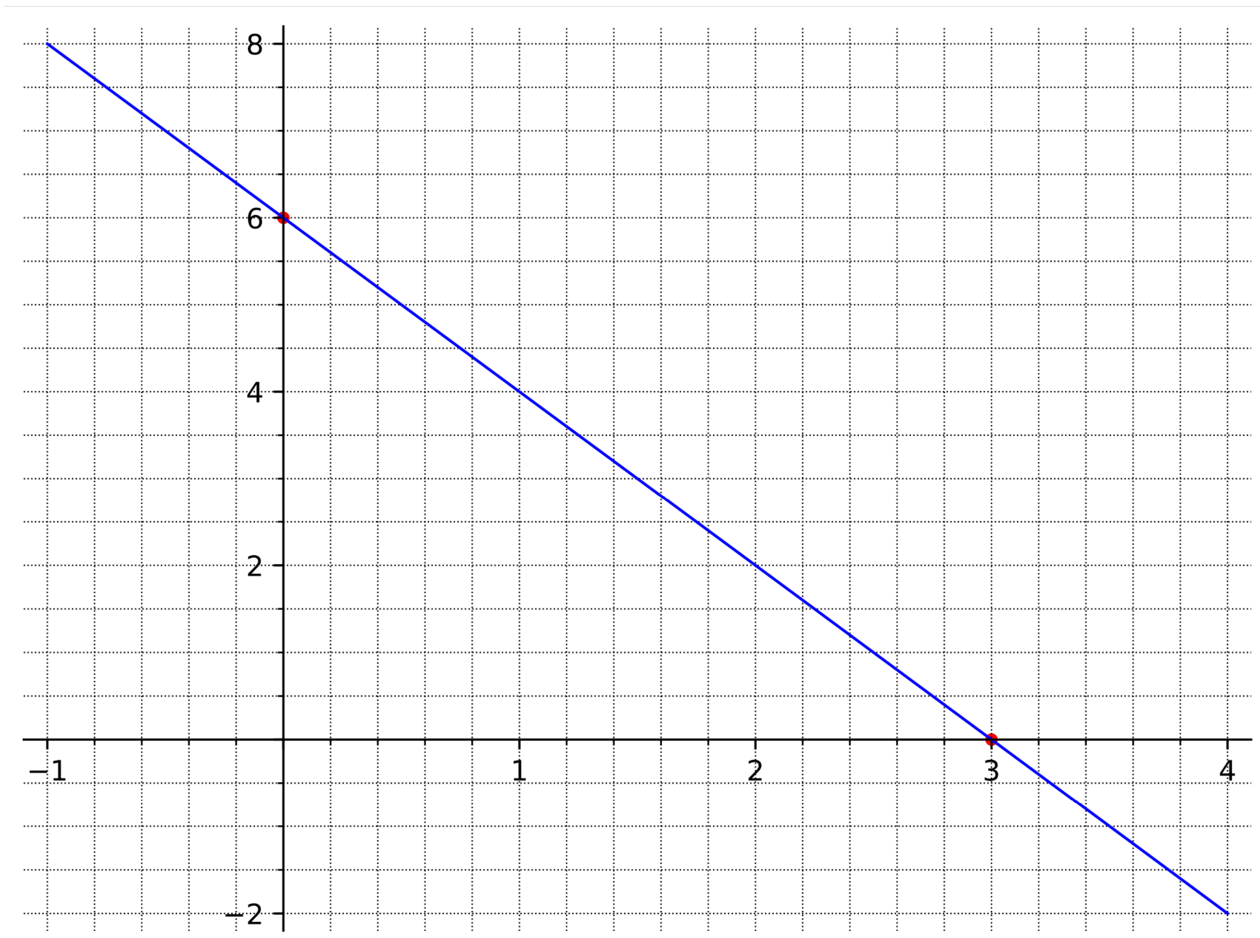
1. Lösung

x / y	1	2	3	4
1	0	1	4	9
2	0	2	8	18
3	0	3	12	27

1.4 AUFGABE: GERADEN

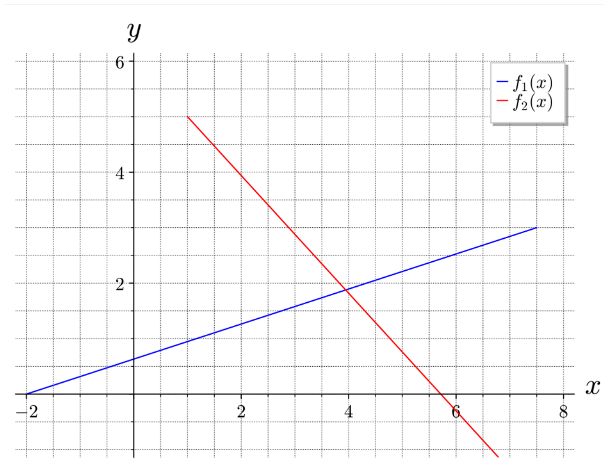
Skizzieren Sie den Graphen für die lineare Funktion $f(x) = -2x + 6$

1. Lösung



1.5 AUFGABE: GERADEN

Ermitteln Sie zu folgender (maßstäblicher) Abbildung den Schnittpunkt S und die Nullstelle von $f_2(x)$! Gehen Sie dabei davon aus, dass die Funktion $f_2(x)$ einen Steigungswinkel von -50^o hat.



Gerade $f_1(x)$: $P_1(-2|0)$ $P_2(7,5|3)$

$\Rightarrow \underline{f_1(x)} = \frac{3-0}{7,5+2}(x+2)+0 = \underline{\underline{0,32x + 0,63}}$

Gerade $f_2(x)$: $P_3(1|5)$ und $m = \tan(-50^\circ) = -1,192$

$\Rightarrow \underline{f_2(x)} = -1,19(x-1)+5 = \underline{\underline{-1,19x + 6,19}}$

Nullstelle $f_2(x) = 0 \Leftrightarrow -1,19x + 6,19 = 0 \Rightarrow x = 5,20$ (plausibel)

Schnittpunkt: $f_1(x) = f_2(x)$

$0,32x + 0,63 = -1,19x + 6,19 \quad | +1,19x - 0,63$

$1,51x = 5,56$

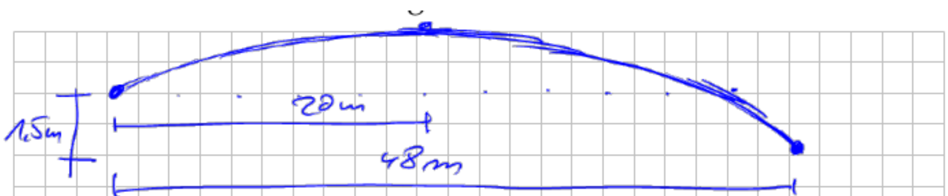
$x = \frac{5,56}{1,51} = 3,68$ (plausibel)

$y = 0,32 \cdot 3,68 + 0,63 = 1,81$ (plausibel)

1.6 AUFGABE: PARABELN

Ein Kind wirft einen Ball in einer Höhe von 1.5 m ab. Auf der parabelförmigen Flugbahn erreicht der Ball den Höchsten Punkt nach 20 Metern. Nach insgesamt 48 m trifft der Ball auf den Boden.

Stellen Sie die Parabelgleichung auf, in dem Sie einmal mit der Hauptform, einmal mit der Scheitelform und einmal mit der Produktform als Ansatz beginnen.



① Hauptform: 3 Punkte: $P_1(0|1{,}5)$ $P_2(40|1{,}5)$ $P_3(48|0)$

$f(x) = ax^2 + bx + c$

I $\quad c = 1{,}5$

II $\quad a\,40^2 + b \cdot 40 + 1{,}5 = 1{,}5 \quad \Rightarrow a = \frac{-b}{40}$

III $\quad a\,48^2 + b \cdot 48 + 1{,}5 = 0$

II in III: $\frac{-b}{40} \cdot 48^2 + b \cdot 48 + 1{,}5 = 0$

$-9{,}6\,b + 1{,}5 = 0 \quad \Rightarrow b = 0{,}156$

$\boxed{\Rightarrow f(x) = -0{,}0039x^2 + 0{,}156x + 1{,}5 = 0} \quad \Rightarrow a = -0{,}0039$

② Scheitelform: $f(x) = a(x - x_s)^2 + y_s$

$x_s = 20 \quad P_1 = (0|1{,}5) \quad P_2(48|0)$

I $\quad a(0-20)^2 + y_s = 1{,}5$

II $\quad a(48-20)^2 + y_s = 0$

I − II: $a(20^2 - 28^2) = 1{,}5 \Rightarrow a = -0{,}0039$

in II: $-0{,}0039 \cdot 28^2 + y_S = 0$

$y_S = 3{,}06$

$\Rightarrow \boxed{f(x) = -0{,}0039\,(x-20)^2 + 3{,}06}$

(3) Produktform: N_{ST}: $x_1 = 48$ $x_2 = -8$ $P_1(0|1{,}5)$

$f(x) = a(x-48)(x+8)$ P einsetzen

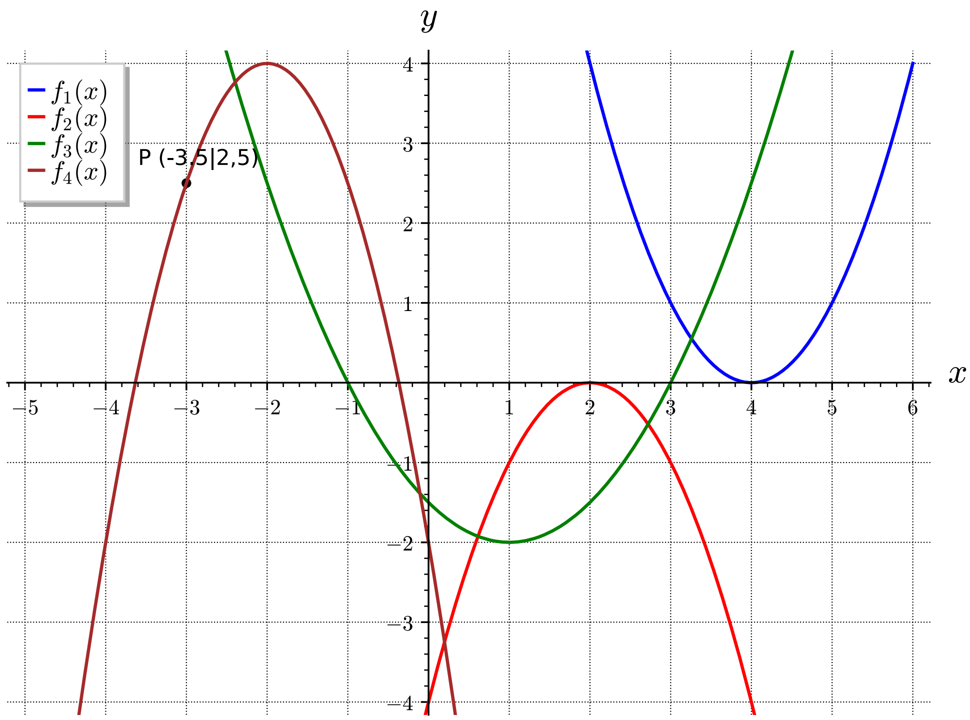
$a(0-48)(0+8) = 1{,}5$

$-384a = 1{,}5 \Rightarrow a = -0{,}0039$

$\Rightarrow \boxed{f(x) = -0{,}0039\,(x-48)(x+8)}$

1.7 AUFGABE: PARABELN

Bestimmen Sie Hauptform, Scheitelform und Produktform der dargestellten Parabelfunktionen:



$f_1(x)$: an $P(3|1)$ und $P(5|1)$ erkennt man
$a = 1$ (Normalparabel)

$\Rightarrow$ Scheitelform : $f_1(x) = (x-4)^2$
(Produktform)

$f_2(x)$: ebenfalls $|a| = 1$ $\Rightarrow$ $a = -1$
Scheitel/Produktform: $f_2(x) = -(x-2)^2$

$f_3(x)$: Produktform $f_3(x) = a(x+1)(x-3)$ $P(1|-2)$

$f_3(1) = a(2)(-2) = -2 \Rightarrow a = 0{,}5$

$f_3(x) = 0{,}5(x+1)(x-3)$

$f_1(x)$: an $P(3|1)$ und $P(5|1)$ erkennt man $a = 1$ (Normalparabel)

$\Rightarrow$ Scheitelform (Produktform): $f_1(x) = (x-4)^2$

$f_2(x)$: ebenfalls $|a| = 1 \Rightarrow a = -1$

Scheitel / Produktform: $f_2(x) = -(x-2)^2$

$f_3(x)$: Produktform $f_3(x) = a(x+1)(x-3)$ $P(1|-2)$

$f_4(x) = a(x+2)^2 + 4$ $P(-3|2{,}5)$

$f_4(-3) = a(-3+2)^2 + 4 = 2{,}5$

$\Rightarrow a = \frac{2{,}5-4}{1} = -1{,}5$

$f_4(x) = -1{,}5(x+2)^2 + 4$