
Ingenieurmathematik I

Verständnisfragen zu den Videos

Petra Wenisch,
Pasquale Zito



Fachbereich Bauingenieurwesen
Wintersemester 2021/2022

INHALTSVERZEICHNIS

0.1	Allgemeines	5
0.2	Programm (vorläufige Version)	6
I FUNKTIONEN UND KURVEN		
1	PARAMETRISCHE KURVE, GERADEN UND PARABELN	10
1.1	Aufgabe: Parametrische Kurven	11
1.2	Aufgabe: Geraden	12
1.3	Aufgabe: Parabeln	14
2	POLYNOMFUNKTIONEN HÖHERER ORDNUNG UND HORNER-SCHEMA	16
2.1	Aufgabe	17
2.2	Aufgabe	18
2.3	Aufgabe	19
3	GEBROCHENRATIONALE FUNKTIONEN	20
3.1	Aufgabe	21
3.2	Aufgabe	23
3.3	Aufgabe	25
4	UMKEHRFUNKTIONEN, LOGARITHMUS UND E-FUNKTION	27
4.1	Aufgabe: Graphen von Umkehrfunktionen	28
4.2	Aufgabe	30
4.3	Aufgabe	32
4.4	Aufgabe	34
4.5	Aufgabe	36
5	TRIGONOMETRISCHE FUNKTIONEN	38
5.1	Aufgabe	39
5.2	Aufgabe	41
5.3	Aufgabe	42
5.4	Aufgabe	43
5.5	Aufgabe	44

II STATISTIK

- 6 DESKRIPTIVE STATISTIK: GRUNDLAGEN 46
 - 6.1 Begriffe: Statistische Einheiten, Merkmale, Gesamtheiten 47
 - 6.2 Beispiel: Befragung von Studierenden an der University of Adelaide 47
 - 6.3 Beispiel: Auswertung einer Stichprobe 48
 - 6.4 Betondruckfestigkeit in $[\text{N}/\text{mm}^2]$ nach 28 Tagen: 49
 - 6.5 Absolute und relative Häufigkeiten 50
 - 6.6 **Aufgabe:** Umfrage 52
 - 6.7 **Aufgabe:** Umfrage (Fortsetzung) 58
 - 6.8 Verteilungsfunktion (Summenhäufigkeitsfunktion) 60
 - 6.9 **Aufgabe:** Umfrage (Fortsetzung) 61
 - 6.10 Statistische Kennzahlen: Lageparameter 63
 - 6.11 **Aufgabe:** Umfrage (Fortsetzung) 67
- 7 DESKRIPTIVE STATISTIK: WEITERE STATISTISCHE KENNZAHLEN 69
 - 7.1 Verteilungsfunktion und Stichprobenanteile 70
 - 7.2 Aufgabe: Umfrage 72
 - 7.3 Quantil 73
 - 7.4 Aufgabe: Umfrage (Fortsetzung) 77
 - 7.5 Streuungsparameter 79
 - 7.6 Aufgabe: Umfrage (Fortsetzung) 84
- 8 WAHRSCHEINLICHKEITSRECHNUNG: GRUNDLAGEN 86
 - 8.1 Allgemeines zu Wahrscheinlichkeiten 87
 - 8.2 **Definition der Wahrscheinlichkeit** (nach Laplace):
 $P(A) := \frac{n_g}{n}$ 88
 - 8.3 Zufallsvariable 89
 - 8.4 Aufgabe: Diskrete zufallsvariable 92
 - 8.5 Diskrete Zufallsvariable: Die Wahrscheinlichkeitsverteilung 94
 - 8.6 Diskrete Zufallsvariable: Die (Wahrscheinlichkeits-) Verteilungsfunktion $F(x)$ 95
 - 8.7 Aufgabe: Wahrscheinlichkeitsverteilung und Verteilungsfunktion 96

- 8.8 Kennzahlen einer diskreten Zufallsvariable 98
- 8.9 Aufgabe: Kennzahlen einer diskreten Zufallsvariable 100
- 8.10 Stetige Zufallsvariable: Die (Wahrscheinlichkeits-) Dichtefunktion $f(x)$ 101
- 8.11 Stetige Zufallsvariable: Die (Wahrscheinlichkeits-) Verteilungsfunktion $F(x)$ 105
- 8.12 Aufgabe: Stetige Zufallsvariable 107
- 9 WAHRSCHEINLICHKEITSRECHNUNG: KENNZAHLEN VON STETIGEN ZUFALLSVARIABLEN UND DIE NORMALVERTEILUNG 109
 - 9.1 Kennzahlen einer stetigen Zufallsvariable 110
 - 9.2 Beispiel (Fortsetzung von Beispiel 1 in 8.10) 112
 - 9.3 Aufgabe 114
 - 9.4 Die Gauß'sche Normalverteilung 116
 - 9.5 Die Standardnormalverteilung 118
 - 9.6 Aufgabe 121
 - 9.7 Berechnung mit Hilfe der tabellierten Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung 122
 - 9.8 Beispiel 124
 - 9.9 Aufgabe 130
- 10 AUSGLEICHSRECHNUNG 132
 - 10.1 Allgemeines 133
 - 10.2 Die Methode der kleinsten Quadrate nach Gauß 135
 - 10.3 Aufgabe 140
 - 10.4 Lineare Regression 142
 - 10.5 Aufgabe 145
 - 10.6 Nichtlineare Ausgleichsprobleme, die auf lineare Regression zurückführbar sind 146
 - 10.7 Aufgabe 149

0.1 ALLGEMEINES

- **Vorlesung**

Die Vorlesung besteht aus 4 SWS (2/3 Mathematik bzw. Statistik, 1/3 Informatik). Ab dem WS 2015/16 bearbeiten wir für den Mathematik-Teil das vorliegende Skript: es wird empfohlen, es ausgedruckt oder in digitalen Form während der Veranstaltung parat zu haben.

- **Hausaufgaben**

Es sind wöchentlich Hausaufgaben durchzuführen. Es wird empfohlen diese in Lerngruppen zu bearbeiten.

- **Moodle-Kurs**

Die Vorlesung wird durch entsprechende moodle-Kurse begleitet. Der Kursschlüssel lautet Mathe₁, aber das wissen Sie schon. Dort finden Sie:

- Skript als Druckvorlage
- elektronische Mitschriften aus den Vorlesungen
- Lösungen zu den Hausaufgaben
- Altklausuren
- aktuelle Ankündigungen

- **Literaturempfehlungen**

- [Pa1-3] - Papula, L.: Mathematik für Ingenieure, Band I und III
- [FS] - Papula, L.: Mathematik für Ingenieure, Formelsammlung
- Papula, L.: Mathematik für Ingenieure, Klausuraufgaben
- [Şa] - Şanal, Z.: Mathematik für Ingenieure

Die o.g. Texten sollen in der FHP-Bibliothek als E-Bücher frei zur Verfügung stehen.

0.2 PROGRAMM (VORLÄUFIGE VERSION)

Anfang: 05.10.2021, Ende: 21.01.2022

- 5. bzw. 6. Oktober (ausnahmsweise nur ein Termin)
 - Mathematik: Kurven und Funktionen, Geraden und Parabeln
 - Calc: keine Veranstaltung
- 12. bis 15. Oktober
 - Mathematik: Polynomfunktionen höherer Ordnung (Horner-Schema)
 - Calc: Zellbezüge, Formatierung (Aufgabe Kredit und Benzinverbrauch)
- 19. bis 22. Oktober
 - Mathematik: Polynomfunktionen, Gebrochenrationale Funktionen
 - Calc: Zellnamen, Variablen, Funktionen, x-y-Diagramme (Aufgabe Parabel II und Schnittgrößen)
- 26. bis 29. Oktober
 - Mathematik: Gebrochenrationale Funktionen
 - Calc: Dropdownliste, bedingte Formatierung (Aufgabe Horner Schema)
- 2 bis 6. November
 - Mathematik: Umkehrfunktionen, Logarithmus und e-Funktion
 - Calc: Dropdownliste, Zielwertsuche, (Aufgaben Umkehrfunktion, EXP)

- 9. bis 12. November
 - Mathematik: Trigonometrische Funktionen
 - Calc: Dropdownliste, Zielwertsuche (Aufgabe harmonische Schwingung)
- 16. bis 19. November
 - Mathematik: Trigonometrische Funktionen
 - Calc: Wiederholungsaufgabe
- 23. bis 26. November
 - Deskriptive Statistik: Begriffe, graphische Darstellungen
 - Calc: Stichprobenauswertung, Zählerfunktionen, Diagramme (Aufgabe Betondruckfestigkeit)
- 30. November bis 2. Dezember
 - Deskriptive Statistik: Streuungs- und Lageparameter
 - Deskriptive Statistik: Häufigkeitsfunktion, Verteilungsfunktion
- 6. bis 9. Dezember
 - Statistik: Zufallsvariable, stetige Wahrscheinlichkeitsdichte
 - Calc: Sverweis, Liniendiagramm (Aufgabe Niederschläge)
- 13. bis 16. Dezember
 - Statistik: Die Normalverteilung
 - Statistik: Die Normalverteilung
- 20. bis 23. Dezember
 - Statistik: Ausgleichsrechnung
 - Calc: ?

- 4. bis 7. Januar
 - Statistik: Ausgleichsrechnung
 - Calc: Stichprobeauswertung, Ausgleichsrechnung

- 11.,14. Januar
 - Mathematik: Klausurvorbereitung
 - Calc: Probeklausur

- 18.,21. Januar
 - eventuell weiter mit der Klausurvorbereitung

Teil I

FUNKTIONEN UND KURVEN

PARAMETRISCHE KURVE, GERADEN UND PARABELN

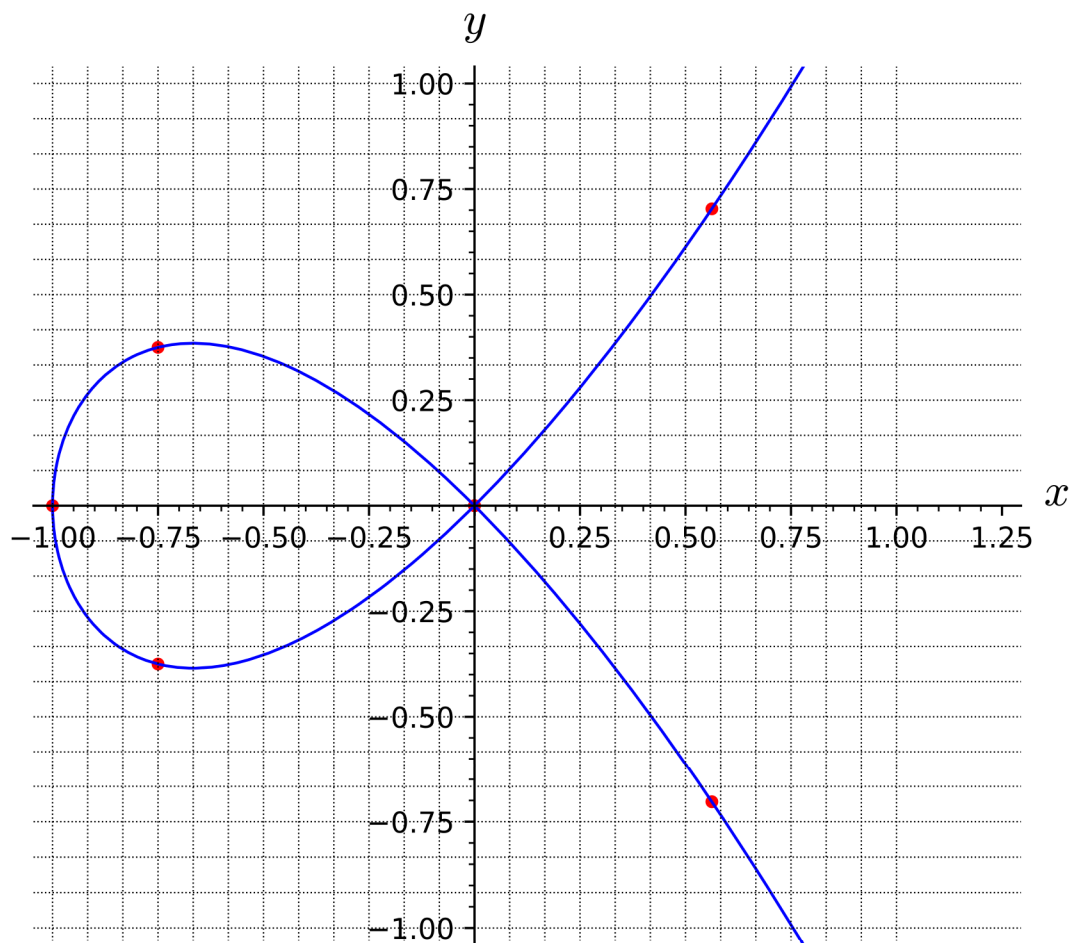
Themen:

- Definition einer Funktion [Pa1] §III.1.1
- Wertetabellen, analytische, graphische und Parameterdarstellung einer Funktion [Pa1] §V.1.2
- Linear- und Polynomfunktionen [§a] §2.2
- Hauptform, Punktform, Punkt-Steigungsform einer linearen Funktion [Pa1] §III.5.2
- Hauptform, Scheitelpunktform, Produktform einer quadratischen Funktion [Pa1] §III.5.3

1.1 AUFGABE: PARAMETRISCHE KURVEN

Stellen Sie parametrische Kurve $f(t) : (x(t) = t^2 - 1 | y(t) = t^3 - t)$ dar:

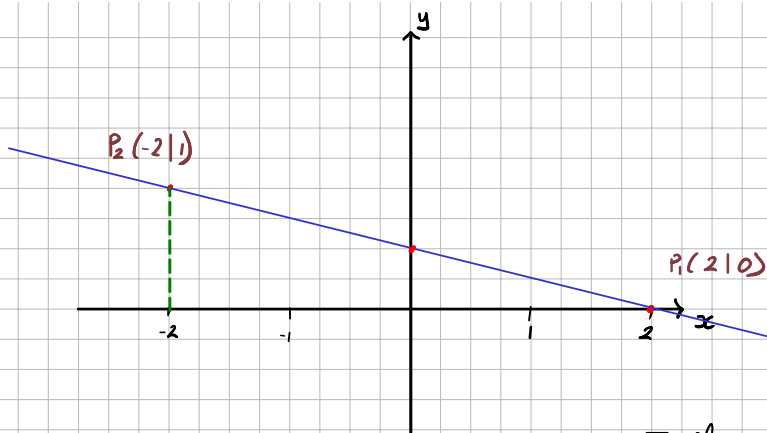
t	-1,25	-1	-0,5	0	0,5	1	1,25
x(t)	1,25	0	-0,75	-1	-0,75	0	1,25
y(t)	-1,875	0	0,375	0	-0,375	0	1,875



Die Punkte

1.2 AUFGABE: GERADEN

- Gegeben ist eine Gerade durch die Punkte $P_1(2|0)$ und $P_2(-2|1)$. Geben Sie die Geradengleichung in der Hauptform an und skizzieren Sie die Gerade!



Steigung $m = \frac{0 - 1}{2 - (-2)} = -\frac{1}{4}$

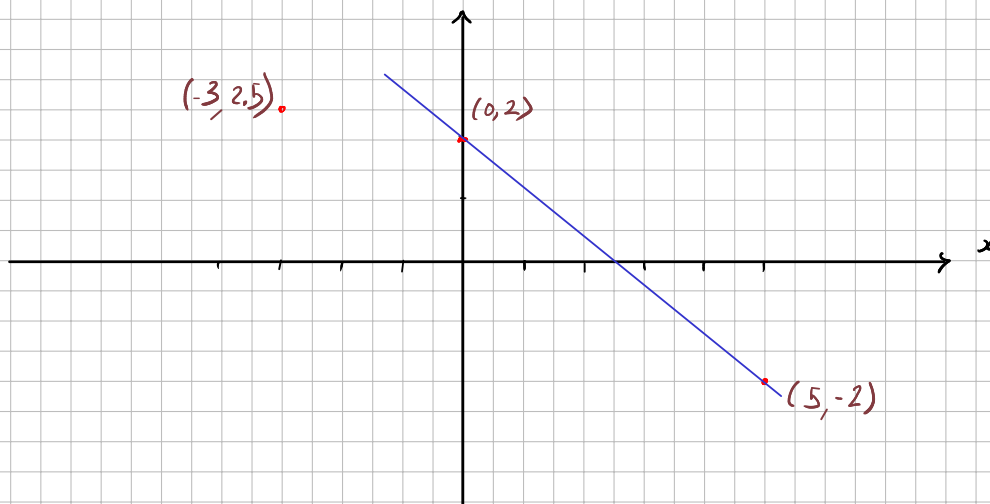
Treffpunkt mit der y -Achse = $(0, \frac{1}{2})$

y -Koordinate des Treffpunktes $c = \frac{1}{2}$

Hauptform der Geradengleichung: $y = -\frac{1}{4}x + \frac{1}{2}$

entsprechende lineare Funktion: $f(x) = -\frac{1}{4}x + \frac{1}{2}$

- Gegeben ist die lineare Funktion $f(x) = mx + 2$. Die entsprechende Gerade verläuft durch den Punkt $P(5 | -2)$. Ermitteln Sie m und prüfen anschließend rechnerisch, ob der Punkt $Q(-3 | 2.5)$ auch auf der Geraden liegt.



Der Punkt $(5, -2)$ gehört zur Gerade, d.h. $(-2) = m \cdot (5) + 2$

$$\text{es folgt } \Rightarrow -2 = m \cdot 5 + 2$$

$$\Rightarrow -4 = m \cdot 5$$

$$\Rightarrow m = \underline{\underline{-\frac{4}{5}}}$$

Verifizierung ob der Punkt $(-3, 2.5)$ gehört zur Gerade:

$$(2,5) \stackrel{?}{=} -\frac{4}{5}(-3) + 2$$

$$\Rightarrow 2,5 \stackrel{?}{=} \frac{12}{5} + 2 \quad \text{linke und rechte Seite nicht gleich!}$$

der Punkt gehört zur Gerade nicht!

1.3 AUFGABE: PARABELN

- Gegeben ist die quadratische Funktion $f(x) = -3x^2 + 7x - 2$. Bestimmen Sie die zugehörigen Gleichungen in der Scheitelform und der Produktform.

Nullstelle bestimmen: $f(x) = 0$ $a = -3$ $b = 7$ $c = -2$

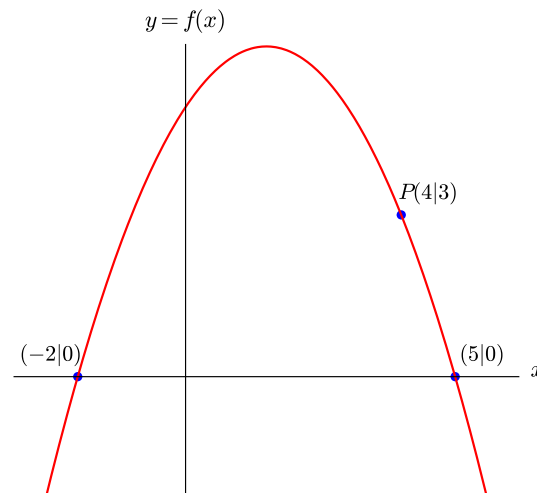
$$\Rightarrow -3x^2 + 7x - 2 = 0$$
$$x_{1/2} = \frac{-4 \pm \sqrt{40 - 24}}{-6} = \begin{cases} x_1 = \frac{1}{3} \\ x_2 = 2 \end{cases}$$

Produktform $f(x) = -3(x - \frac{1}{3})(x - 2)$

Scheitelpunkt: $x_s = \frac{4}{6}$ $y_s = f(x_s) = f(\frac{4}{6}) = \frac{25}{12} \approx 2,083$

Scheitelform $f(x) = -3 \cdot (x - \frac{4}{6})^2 + \frac{25}{12}$

- Bestimmen Sie Hauptform, Scheitelform und Produktform für die dargestellte Parabel:



Produktform: $f(x) = a \cdot (x - (-2)) \cdot (x - 5)$
 $f(x) = a \cdot (x + 2) \cdot (x - 5)$

Koordinaten des Punktes $(4, 3)$ einsetzen, um a zu bestimmen:

$$3 = a \cdot (4 + 2) \cdot (4 - 5)$$

$$\Rightarrow 3 = -a \cdot 6$$

$$= a = -\frac{1}{2}$$

Produktform: $f(x) = -\frac{1}{2} (x + 2) \cdot (x - 5)$

Hauptform: $f(x) = -\frac{1}{2} x^2 + \frac{3}{2} x + 5$

Scheitelpunkt: $x_s = -\frac{b}{2a} = \frac{3}{2}$ $y_s = f(x_s) = f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{49}{8} = 6,125$

Scheitelform: $-\frac{1}{2} \cdot \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{49}{8}$