1 PARAMETRISCHE KURVE, GERADEN UND PARABELN

1.1 AUFGABE

Gegeben sei die folgende Kurvenfunktion in parametrischen Form (Parameterkurve).

- Vervollständigen Sie die folgende Wertetabelle:

t	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$x(t) = t^2$								
$y(t) = t$								

- Stellen Sie die Wertetabelle graphisch dar
- Skizzieren Sie die Kurve

Parametrische Kurve

Koordinatenfunktionen

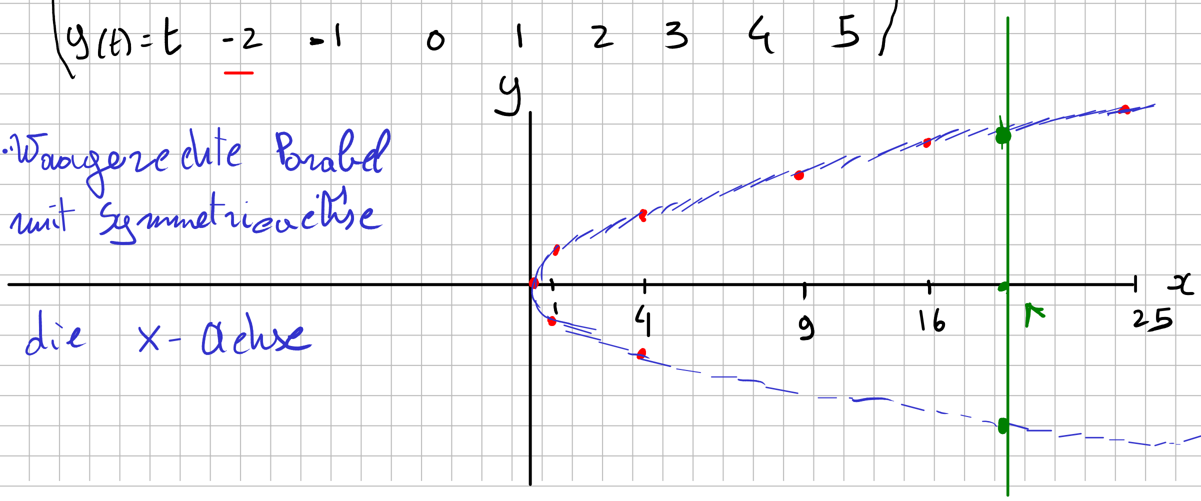
$x(t) = t^2$

$y(t) = t$

t Variable

t	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$x(t) = t^2$	4	1	0	1	4	9	16	25
$y(t) = t$	-2	-1	0	1	2	3	4	5

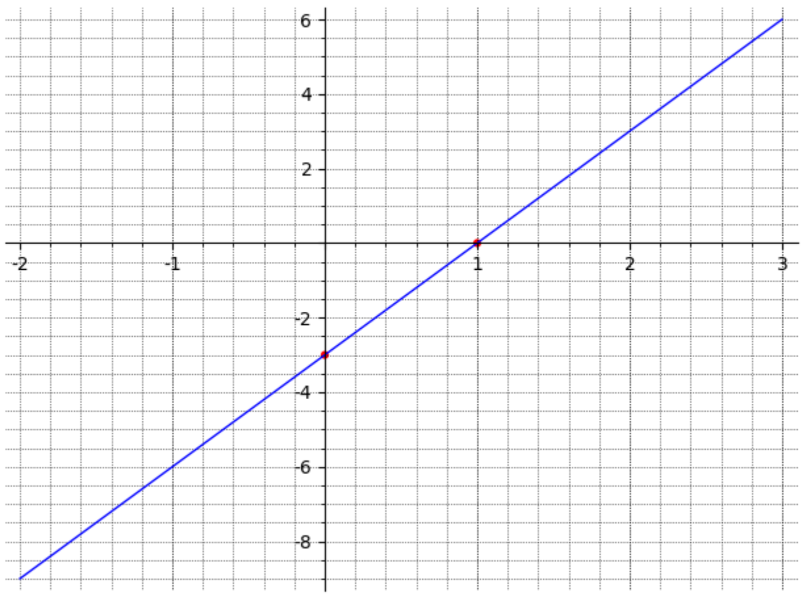
· Waagerechte Parabel mit Symmetrieachse die x-Achse



1.2 AUFGABE: GERADEN

Finden Sie für den unten skizzierten Graphen einer linearen Funktion

- Steigung und Steigungswinkel
- Schnittpunkt mit der y-Achse
- Nullstelle
- Hauptform der linearen Funktion
- Punktform bezüglich $P = (2, 3)$



Steigung $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ (x_1, y_1) (x_2, y_2) beliebig

Ich wähle z.B. $(x_1 = 1,\ y_1 = 0)$

$(x_2 = 0,\ y_2 = -3)$

$m = \dfrac{-3 - 0}{0 - 1} = 3$

im Grad

Steigungswinkel $= \arctan(3) = 71,57$

1,25 Bogenmaß

Nullstelle $x = 1$

$y = f(x)$ $f(x)$ ist eine lineare Funktion

$f(x) = m\,x + c$ ← Hauptform

Nullstelle von $f(x)$ = x-Koordinate des Schnittpunktes mit der x-Achse

$= 1$

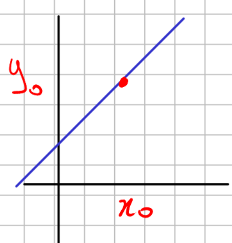
Schnittpunkt mit der y-Achse $= (0, -3)$

$f(x) = 3x - 3$

$\leftarrow$ y-Koordinate des Schnittpunkts mit der y-Achse

Punktform bzgl $(x_0 = 2,\ y_0 = 3)$

$$f(x) = m \cdot (x - x_0) + y_0$$



$$f(x) = 3 \cdot (x - 2) + 3$$

Verifizierung der Äquivalent zur Hauptform:

$3x - 6 + 3$

$= 3x - 3$

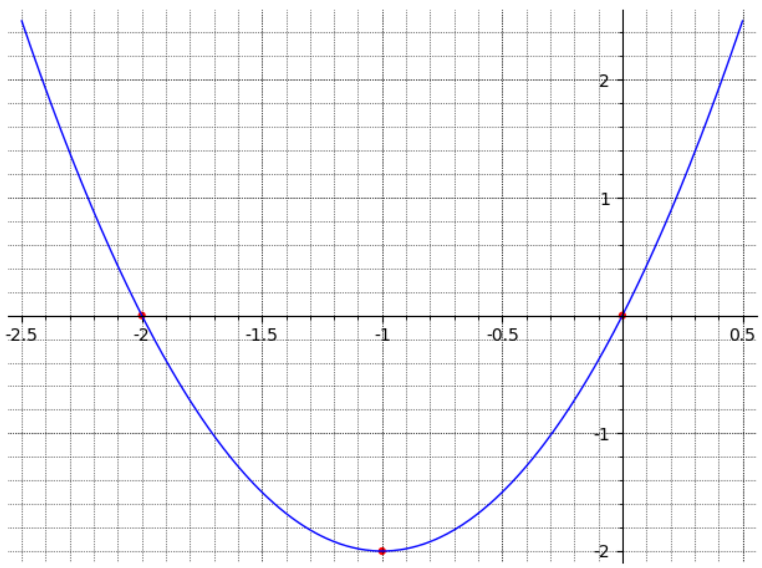
1.3 AUFGABE: GERADEN

- Zeichnen Sie die Gerade die durch die Punkten $P_1 = (x_1 = -1, y_1 = -2)$ und $P_2 = (x_2 = 2, y_2 = -1)$ läuft
- Bestimmen Sie die entsprechende lineare Funktion in Punkt-Steigungsform bezüglich P_1
- Bestimmen Sie die entsprechende lineare Funktion in Punkt-Steigungsform bezüglich P_2
- Bestimmen Sie die entsprechende lineare Funktion in Hauptform

1.4 AUFGABE: PARABELN

Finden Sie für die unten skizzierte Parabel

- Den Scheitelpunkt
- Die Scheitelform
- Die Produktform
- Die Hauptform



Scheitelpunkt: $(x_s = -1,\ y_s = -2)$

Scheitelform $f(x) = a\cdot(x - x_s)^2 + y_s$

$f(x) = a\cdot(x+1)^2 - 2$ $\qquad a = ?$

Parabelgleichung $y = \underline{a \cdot (x+1)^2 - 2}$

Um a zu bestimmen

wähle Punkt $(0,0)$, einsetzen $\rightarrow$

$$0 = a \cdot (0+1)^2 - 2$$
$$0 = a - 2$$
$$\underline{a = 2}$$

alternative Punktwahl:

wähle z.B. $(-2, 0)$

$$0 = a \cdot (-2+1)^2 - 2$$
$$0 = a - 2$$
$$a = 2$$

aber Vorsicht beim Scheitelpunkt

wähle z.B. $(-1, -2)$

$$y = a \cdot (x+1)^2 - 2$$
$$-2 = a \cdot (\underbrace{-1+1}_{0})^2 - 2$$
$$\underline{-2 = -2}$$

hilft nicht!

Produktform $a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)$

x_1 NST $x_1 = -2$

x_2 NST $x_2 = 0$

Produktform $f(x) = 2 \cdot (x+2) \cdot x$

Scheitelform $f(x) = 2 \cdot (x+1)^2 - 2$

Hauptform allgemein $f(x) = ax^2 + bx + c$

in diesem Beispiel $a = 2$, $b = 4$, $c = 0$

Hauptform

$$2 \cdot (x+2) \cdot x = 2 \cdot (x^2 + 2x) = \underline{2x^2 + 4x}$$

$$2 \cdot (x+1)^2 - 2 = 2 \cdot (x^2 + 2x + 1) - 2 = 2x^2 + 4x + 2 - 2$$
$$= \underline{2x^2 + 4x}$$

1.5 AUFGABE: PARABELN

Gegeben sei die folgende Parabel in Hauptform

$$f(x) = 2x^2 - 2x - 4$$

- Bestimmen Sie ihre Nullpunkte und ihre Produktform
- Bestimmen Sie den Scheitelpunkt
- Skizzieren Sie den Graph

Bestimmung der NST $\quad f(x) = ax^2 + bx + c$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\frac{2 \pm \sqrt{4 + 32}}{4} = \frac{2 \pm 6}{4} = \begin{cases} 2 \\ -1 \end{cases}$$

Verifizierung $\quad f(2) = 2 \cdot 4 - 2 \cdot 2 - 4 = 0$ ✓

$f(-1) = 2 \cdot 1 + 2 - 4 = 0$ ✓

Produktform $\quad f(x) = a \cdot (x - x_1) \cdot (x - 2)$

$= 2 \cdot (x + 1) \cdot (x - 2)$

Scheitelpunkt $\quad x_S = \frac{-b}{2a} \quad y_S = f(x_S)$

$x_S = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \quad y_S = f(\frac{1}{2})$

$= 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2 \cdot \frac{1}{2} - 4 =$

$= \frac{1}{2} - 1 - 4 = -\frac{9}{2}$