

## POLYNOMFUNKTIONEN HÖHERER ORDNUNG UND HORNER-SCHEMA

---

### Themen:

- Definition von Polynomfunktionen [Pa1] §III.5.1
- Nullstellen, Produktdarstellung von Polynomfunktionen [Pa1] §III.5.4
- Horner Schema [Pa1] §III.5.5

## 2.1 AUFGABE

Prüfen Sie mithilfe des Horner Schemas wie oft  $x = 3$  und  $x = -5$  eine Nullstelle von  $f(x) = x^4 + 4x^3 - 26x^2 - 60x + 225$  ist. Schreiben Sie die Funktion in ihrer Produktform auf.

Horner Schema:

$$\begin{array}{r}
 1 \quad 4 \quad -26 \quad -60 \quad 225 \\
 3 \quad 0 \quad 3 \quad 21 \quad -15 \quad -225 \\
 \hline
 1 \quad 7 \quad -5 \quad -75 \quad \underline{0} \\
 3 \quad 0 \quad 3 \quad 30 \quad 75 \\
 \hline
 1 \quad 10 \quad 25 \quad \underline{0} \\
 3 \quad 0 \quad 3 \quad 39 \\
 \hline
 1 \quad 13 \quad \underline{64} \quad !
 \end{array}$$

3 ist 2 mal NST, aber nicht 3 mal!

$$\begin{array}{r}
 1 \quad 10 \quad 25 \\
 -5 \quad 0 \quad -5 \quad -25 \\
 \hline
 1 \quad 5 \quad \underline{0} \\
 -5 \quad 0 \quad -5 \\
 \hline
 1 \quad \underline{0}
 \end{array}
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \rightarrow \text{Alternative Rechnung: } 1 \quad 10 \quad 25 \rightarrow \begin{array}{l} \text{entspricht} \\ X^2 + 10X + 25 \\ = (X + 5)^2 \\ -5 \text{ doppelte NST.} \end{array}$$

-5 ist 2 mal NST.

$$f(x) = (x - 3)^2 \cdot (x + 5)^2$$

## 2.2 AUFGABE

Faktorisieren Sie die Funktion  $f(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$  vollständig:

Mögliche ganzzahlige NST:  $\{1, 2, 3, 6, -1, -2, -3, -6\}$

Versuche:

$$f(1) = -8$$

$$f(-1) = \underline{0}$$

Horner Schema:

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 2 & -5 & -6 \\ -1 & 0 & -1 & -1 & 6 \\ \hline & 1 & 1 & -6 & \underline{0} \end{array}$$

$$\Rightarrow \text{heißt } f(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = (x+1) \cdot (x^2 + x - 6)$$

$$x^2 + x - 6 = \text{p-q-Formel} \quad (x+3) \cdot (x-2)$$

$$f(x) = (x+1) \cdot (x+3) \cdot (x-2)$$

## 2.3 AUFGABE

Faktorisieren Sie die Funktion  $f(x) = (3x^2 + 9x + 6)(x^3 - 2x^2 - x + 2)$  vollständig:

$$3x^2 + 9x + 6 = 3 \cdot (x^2 + 3x + 2) = \text{P-q-Formel} \quad 3 \cdot (x+1) \cdot (x+2)$$

$$x^3 - 2x^2 - x + 2$$

Mögliche ganzzahlige NST:  $\{1, 2, -1, -2\}$

1 ist NST, Horner Schema

1	-2	-1	2
1	0	1	-1
	1	-1	-2
	1	-1	-2
			<u>0</u>

es folgt  $x^3 - 2x^2 - x + 2 = (x-1) \cdot (x^2 - x - 2)$

P-q-Formel

->

$$= (x-1) \cdot (x+1) \cdot (x-2)$$

$$f(x) = 3 \cdot (x+2) \cdot (x+1)^2 \cdot (x-1) \cdot (x-2)$$